Lógica para Computação **1ª Lista de Exercícios**

1. Defina recursivamente uma função $qtd\_atom(A)$ que retorna o número de ocorrências de atômicas em A. Por exemplo, $qtd\_atom((p \land \neg(p \to \neg q)) \lor \neg q) = 4$.

2. Defina recursivamente uma função $conec(A)$ que retorna a quantidade de conectivos da fórmula de entrada A. Por exemplo, $conec((\neg p) \to (\neg q)) = 3$.

3. Conforme a definição de fórmula da lógica proposicional, os conectivos binários devem ser escritos na forma infixa, ou seja, devem ser escritos entre duas fórmulas. Essa definição poderia ser modificada possibilitando escrever os conectivos na **notação polonesa**, conforme indicado pelas correspondências a seguir:

   - A fórmula A atômica corresponde à fórmula A na notação polonesa,
   - $(\neg A)$ corresponde à $\neg A$,
   - $(A \land B)$ corresponde à $\land AB$,
   - $(A \lor B)$ corresponde à $\lor AB$,
   - $(A \to B)$ corresponde à $\to AB$.

   Escreva as fórmulas a seguir utilizando a notação polonesa:

   (a) $\neg(p \to \neg q)$

   (b) $((\neg\neg p \lor q) \to (p \to q))$

   (c) $((p \to \neg p) \to \neg q) \lor q$

4. Qual a relação entre $qtd\_atom(A)$ e $conec(A)$ para fórmulas A **sem negação**? Justifique sua resposta com uma demonstração por indução.

5. O rank $r(A)$ de uma fórmula A é definido por

$$r(A) = \begin{cases} 0, & \text{para } A \text{ atômica,} \\ max(r(A_1), r(A_2)), & \text{para } A = (A_1 \Box A_2) \text{ e } \Box \in \{\to, \land, \lor\}, \\ r(A_1) + 1, & \text{para } A = (\neg A_1). \end{cases}$$

   Mostre por indução que para qualquer fórmula A, $r(A) \leq conec(A)$.